ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC KHỐI B NĂM 2010
Môn thi : TOÁN

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I (2 điểm). Cho hàm số y = $\frac{2x+1}{x+1}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Tìm m để đường thẳng y = -2x + m cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{3}$ (O là gốc tọa độ).

Câu II (2,0 điểm)

1. Giải phương trình (sin 2x + cos 2x) cosx + 2cos2x – sin x = 0
2. Giải phương trình $\sqrt{3x+1}-\sqrt{6-x}+3x^2-14x-8=0$ (x ∈ R).

Câu III (1,0 điểm). Tính tích phân I = $\int_1^e \frac{\ln x}{x(2+\ln x)^2}dx$

Câu IV (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' có AB = a, góc giữa hai mặt phẳng (A'BC) và (ABC) bằng 60^0. Gọi G là trọng tâm tam giác A'BC. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện GABC theo a.

Câu V (1,0 điểm). Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: a + b + c = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=3(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2) + 3(ab + bc + ca) + 2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm):

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A.Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, có đỉnh C(-4; 1), phân giác trong góc A có phương trình x + y – 5 = 0. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.
2. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho các điểm A (1; 0; 0), B (0; b; 0), C (0; 0; c), trong đó b, c dương và mặt phẳng (P): y – z + 1 = 0. Xác định b và c, biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{1}{3}$.

Câu VII.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|z-i|=|(1+i)z|$.

B. Theo Chương trình Nâng Cao

Câu VI.b (2,0 điểm).

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm A(2; $\sqrt{3}$) và elip (E): $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$. Gọi F_1 và F_2 là các tiêu điểm của (E) (F_1 có hoành độ âm); M là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với (E); N là điểm đối xứng của F_2 qua M. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF_2.
2. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho đường thẳng Δ: $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng OM.

Câu VII.b (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình : $\begin{cases}\log_2(3y-1)=x\\ 4^x+2^x=3y^2\end{cases}$ (x, y ∈ R)

BÀI GIẢI

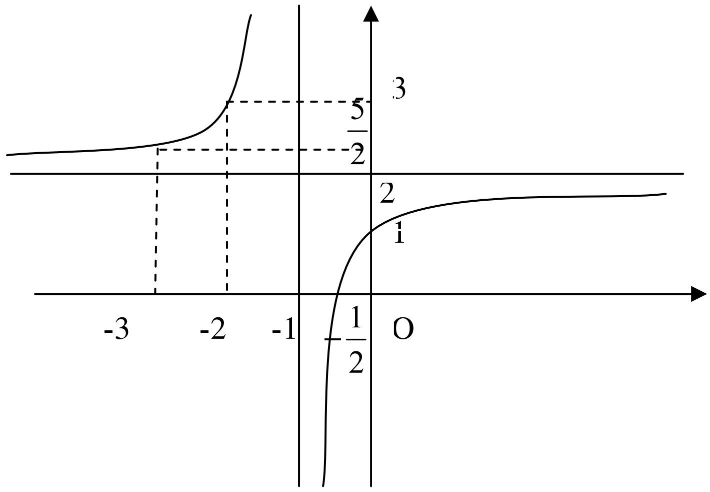
PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I. 1. $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$; $\quad y^{/}=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\in D$

TCĐ: x= -1 vì $\lim\limits_{x\to -1^-} y=+\infty,\ \lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$; TCN: y = 2 vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$. Hàm số không có cực trị.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		+	‖	+	
y	2 $\nearrow$	$+\infty$	‖	$-\infty$ $\nearrow$	2



2. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng y = -2x +m

$\dfrac{2x+1}{x+1}=-2x+m\Leftrightarrow 2x^2+(4-m)x+1-m=0\ (*)$ (vì x = -1 không là nghiệm)

Phương trình (*) có $\Delta=m^2+8>0,\forall m$ nên d luôn cắt (C) tại điểm A, B.Ta có:

$S_{\Delta OAB}=\sqrt{3}\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\left|x_Ay_B-x_By_A\right|=\sqrt{3}\ \Leftrightarrow \left|x_A(-2x_B+m)-x_B(-2x_A+m)\right|=2\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \left|m(x_A-x_B)\right|=2\sqrt{3}\ \Leftrightarrow m^2(x_A-x_B)^2=12\Leftrightarrow m^2\dfrac{m^2+8}{4}=12$

$\Leftrightarrow m^4+8m^2-48=0\Leftrightarrow m^2=4\Leftrightarrow m=\pm 2$

Câu II.

1. (sin2x + cos2x)cosx + 2cos2x – sinx = 0

$\Leftrightarrow$ cos2x (cosx + 2) + sinx ($2\cos^2$x – 1) = 0

$\Leftrightarrow$ cos2x (cosx + 2) + sinx.cos2x = 0

$\Leftrightarrow$ cos2x (cosx + sinx + 2 = 0) $\Leftrightarrow$ cos2x = 0

$\Leftrightarrow$ 2x = $\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ $\Leftrightarrow$ x = $\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}$ (k $\in$ Z)

2. $\sqrt{3x+1}-\sqrt{6-x}+3x^2-14x-8=0$, điều kiện : $-\dfrac{1}{3}\le x\le 6$

$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1}-4+1-\sqrt{6-x}+3x^2-14x-5=0$

$\Leftrightarrow \dfrac{3x-15}{\sqrt{3x+1}+4}+\dfrac{x-5}{1+\sqrt{6-x}}+(x-5)(3x+1)=0$

$\Leftrightarrow$ x – 5 = 0 hay $\dfrac{3}{\sqrt{3x+1}+4}+\dfrac{1}{1+\sqrt{6-x}}+(3x+1)=0$ (vô nghiệm) $\Leftrightarrow$ x = 5

Câu III.

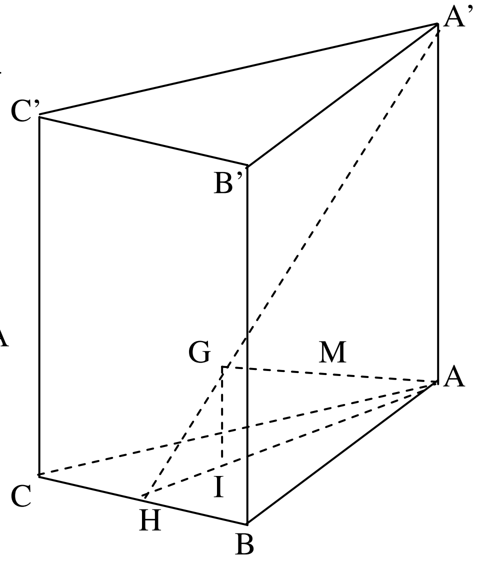
$I=\int_1^e \dfrac{\ln x}{x\left(2+\ln x\right)^2}dx$; $u=\ln x \Rightarrow du=\dfrac{1}{x}dx$

x	1	e
u	0	1

$I=\int_0^1 \dfrac{u}{\left(2+u\right)^2}du=\int_0^1\left(\dfrac{1}{2+u}-\dfrac{2}{\left(2+u\right)^2}\right)du \ =\left(\ln\left|2+u\right|+\dfrac{2}{2+u}\right)\Bigg|_0^1$

$=\left(\ln 3+\dfrac{2}{3}\right)-\left(\ln 2+1\right)\ =\ln\left(\dfrac{3}{2}\right)-\dfrac{1}{3}$

Câu IV.



Gọi H là trung điểm của BC, theo giả thuyết ta có :

$\widehat{A'HA}=60^0$. Ta có : AH = $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, A'H = 2AH = $a\sqrt{3}$

và AA' = $\dfrac{a\sqrt{3}.\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3a}{2}$

Vậy thể tích khối lăng trụ V = $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\dfrac{3a}{2}=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Kẻ đường trung trực của GA tại trung điểm M của GA trong mặt phẳng A'AH cắt GI tại J thì GJ là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện GABC.

Ta có: GM.GA = GJ.GI

$\Rightarrow$ R = GJ = $\dfrac{GM.GA}{GI}=\dfrac{GA^2}{2GI}=\dfrac{GI^2+IA^2}{2GI}=\dfrac{7a}{12}$

Câu V. Đặt t = ab + bc + ca, ta có: $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$

$\Rightarrow 1=(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)\geq 3(ab+bc+ca)$

$\Rightarrow a^2+b^2+c^2=1-2t$ và $0\leq t\leq \dfrac{1}{3}$

Theo B.C.S ta có : $t^2=(ab+bc+ca)^2\leq 3(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$

$\Rightarrow M\geq t^2+3t+2\sqrt{1-2t}=f(t)$

f'(t) = $2t+3-\dfrac{2}{\sqrt{1-2t}}$

f ''(t) = $2-\dfrac{2}{\sqrt{(1-2t)^3}}<0,\ \forall t\in\left[0,\dfrac{1}{3}\right]\Rightarrow$ f'(t) là hàm giảm

$f'(t)\geq f'(\dfrac{1}{3})=\dfrac{11}{3}-2\sqrt{3}>0\Rightarrow$ f tăng $\Rightarrow$ f(t) $\geq$ f(0) = 2, $\forall t\in\left[0,\dfrac{1}{3}\right]$

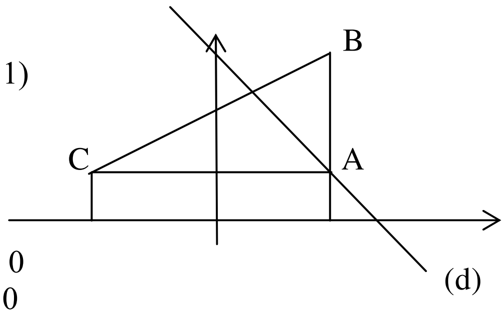
$\Rightarrow M\geq 2$, $\forall$ a, b, c không âm thỏa a + b + c = 1

Khi a = b = 0 và c = 1 thì M = 2. Vậy min M = 2.

PHẦN RIÊNG

A.Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a.



1. Vì C (-4; 1), $\widehat{A}$ vuông và phân giác trong góc A là (d) : x + y – 5 = 0, $x_A > 0$ nên A(4; 1)
   $\Rightarrow$ AC = 8
   Mà diện tích ΔABC = 24 nên AB = 6.
   Mặt khác, AB vuông góc với trục hoành nên B (4; 7)
   Vậy phương trình của BC là: 3x + 4y – 16 = 0
2. A (1; 0; 0); B (0; b; 0); C (0; 0; c) với b, c > 0
   $\Rightarrow$ (ABC) : $\frac{x}{1}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ $\Rightarrow$ (ABC) : bc.x + cy + bz – bc = 0
   Vì d (0; ABC) = $\frac{1}{3}$ nên $\frac{bc}{\sqrt{b^2c^2+b^2+c^2}}=\frac{1}{3}$ $\Rightarrow$ $3b^2c^2 = b^2c^2 + b^2 + c^2$
   $\Leftrightarrow b^2 + c^2 = 2b^2c^2$ (1)
   (P) : y – z + 1 = 0 có VTPT là $\overrightarrow{n_P}=(0;1;-1)$
   (ABC) có VTPT là $\vec{n}=(bc;c;b)$
   Vì (P) vuông góc với (ABC) $\Rightarrow$ $\vec{n}\perp\overrightarrow{n_P} \Leftrightarrow \vec{n}.\overrightarrow{n_P}=0$ $\Rightarrow$ c – b = 0 (2)
   Từ (1), (2) và b, c > 0 suy ra : b = c = 1

Câu VII.a.

z = a + ib. Suy ra : $z-i=a+(b-1)i$ và (1+i)z = (1 + i)(a + bi) = (a – b) + (a + b)i

$|z-i|=|(1+i)z| \Leftrightarrow \sqrt{a^2+(b-1)^2}=\sqrt{(a-b)^2+(a+b)^2}$

$\Leftrightarrow a^2 + (b^2 - 2b + 1) = 2(a^2 + b^2) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2b - 1 = 0 \Leftrightarrow a^2 + (b + 1)^2 = 2$

Vậy z = a + ib với a, b thỏa $a^2 + (b + 1)^2 = 2$.

B. Theo Chương trình Nâng Cao

Câu VI.b.

1. $(E):\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1 \Rightarrow c^2=a^2-b^2=3-2=1$
   Do đó $F_1(-1; 0)$; $F_2(1; 0)$; (AF_1) có phương trình $x-y\sqrt{3}+1=0$
   $\Rightarrow$ M $\left(1;\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ $\Rightarrow$ N $\left(1;\frac{4}{\sqrt{3}}\right)$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{NA}=\left(1;-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$; $\overrightarrow{F_2A}=\left(1;\sqrt{3}\right)$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{NA}.\overrightarrow{F_2A}=0$
   $\Rightarrow$ ΔANF_2 vuông tại A nên đường tròn ngoại tiếp tam giác này có đường kính là F_2N. Do đó đường tròn có phương trình là : $(x-1)^2+\left(y-\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{4}{3}$
2. d (M; Δ) = $\frac{\left|\left[\overrightarrow{NM},\overrightarrow{a_\Delta}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{a_\Delta}\right|}$. M $\in$ Ox $\Leftrightarrow$ M (m; 0; 0)
   Δ qua N (0; 1; 0) có VTCP $\vec{a}$ = (2; 1; 2)
   $\overrightarrow{NM}=(m;-1;0)$ $\Rightarrow$ $\left[\vec{a},\overrightarrow{NM}\right]=(2;2m;-2-m)$
   Ta có: d (M, Δ) = OM $\Leftrightarrow$ $\frac{\left|\left[\vec{a},\overrightarrow{NM}\right]\right|}{\left|\vec{a}\right|}$ = OM $\Leftrightarrow$ $\frac{\sqrt{5m^2+4m+8}}{3}=|m|$
   $\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 8 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ hay m = 2. Vậy M (–1; 0; 0) hay M (2; 0; 0)

Câu VII.b.

$$\begin{cases}\log_2(3y-1)=x\\ 4^x+2^x=3y^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3y-1=2^x\\ 4^x+2^x=3y^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\dfrac{2^x+1}{3}\\ 4^x+2^x=3y^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\dfrac{2^x+1}{3}\\ 3(4^x+2^x)=(2^x+1)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=\dfrac{2^x+1}{3}\\ 2.4^x+2^x-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\dfrac{2^x+1}{3}\\ (2^x+1)(2^x-\dfrac{1}{2})=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\dfrac{2^x+1}{3}\\ 2^x=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

Phạm Viết Kha
(Trường ĐH Công Nghiệp TP.HCM)